

23-24

GRADO EN MATEMÁTICAS  
TERCER CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES

CÓDIGO 61023021

UNED

**23-24**

**INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES  
DIFERENCIALES  
CÓDIGO 61023021**

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
Código	61023021
Curso académico	2023/2024
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
Título en que se imparte	GRADO EN MATEMÁTICAS
Curso	TERCER CURSO
Periodo	SEMESTRE 1
Tipo	OBLIGATORIAS
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El objetivo general de la asignatura es presentar las nociones básicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias, junto con su conexión y aplicaciones a otras ramas de las Matemáticas y de otras Ciencias.

Créditos ECTS: 6. Asignatura semestral. Primer semestre del tercer curso.

Las ecuaciones diferenciales forman, por una parte, una de las grandes subramas del Análisis matemático; con importantes contactos con otras ramas de las Matemáticas, como la Geometría diferencial, la Teoría de variable compleja, la Optimización y el Cálculo de variaciones. Por otro lado, las ecuaciones diferenciales son una herramienta omnipresente en Física e Ingeniería desde que Galileo y Newton fundaron la Física moderna. En la actualidad también tienen aplicaciones relevantes en Química, Biología y Ciencias sociales. Las ecuaciones *lineales* son importantes (en Matemáticas, Física e Ingeniería), debido a que, o bien corresponden con la naturaleza de los problemas, o bien constituyen una primera aproximación a modelos no lineales. En los últimos 100 años han ido desarrollándose poco a poco modelos no lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias, apoyándose primero en el análisis cualitativo y después también en los ordenadores y los programas informáticos de cálculo científico. No obstante, los modelos lineales siguen siendo fundamentales: 1) porque en muchos campos proporcionan un cuerpo de doctrina básico o al menos una firme orientación, y 2) porque la linealización es uno de los instrumentos para estudiar los problemas no lineales.

Esta asignatura es indispensable para cursar y entender la asignatura del segundo semestre "Análisis de Fourier y Ecuaciones en Derivadas Parciales".

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Se requieren conocimientos básicos en Geometría euclídea, Álgebra lineal y Análisis Matemático de una y varias variables reales. De hecho, el Análisis Matemático de una variable se debe dominar ampliamente.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	JOSE IGNACIO TELLO DEL CASTILLO (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	jtello@mat.uned.es
Teléfono	+34913987350
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Equipo docente de la asignatura:

José Ignacio Tello del Castillo

Despacho 2.95

Departamento de Matemáticas Fundamentales

Facultad de Ciencias de la UNED

c/ Juan del Rosal, 14 (En la Facultad de Psicología)

28040 Madrid

Horario de atención al estudiante:

Martes lectivos de 10:00 a 14:00 horas.

Teléfono: 91-3987350

Correo electrónico: jtello@mat.uned.es

La tutorización y seguimiento se llevará a cabo en las guardias (en el horario indicado) y en el foro de la asignatura del curso virtual. En este foro, las preguntas y respuestas son visibles para todos los compañeros, y también se da la oportunidad de que todos participen en los debates o conversaciones.

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

### COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

CE1 - Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

CEA2 - Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica

CEA4 - Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos

CEA7 - Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita

CEA8 - Capacidad de relacionar distintas áreas de las matemáticas

CED1 - Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores

CED2 - Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos

CG10 - Comunicación y expresión escrita

CG13 - Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica

CG4 - Análisis y Síntesis

CG5 - Aplicación de los conocimientos a la práctica

CG6 - Razonamiento crítico

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Algunas de las competencias más importantes que se adquieren con esta asignatura son:

1. Conocimientos generales en uno de los principales campos de las Matemáticas.
2. Aplicación de los métodos y técnicas matemáticas a diversos problemas de la realidad, modelización de la realidad.
3. Capacidad de combinar razonamientos deductivos, razonamientos inductivos, inferencia empírica y aprendizaje directo en la literatura matemática y sus aplicaciones.
4. Capacidad de comunicación de los resultados (en la evaluación se tendrá en cuenta también la buena exposición de las soluciones a los ejercicios propuestos, el rigor en las demostraciones, y la correcta comprensión de todo lo que se hace).
5. Motivación histórica y práctica de problemas clásicos de las matemáticas y de sus aplicaciones.

## CONTENIDOS

### Tema 1. Preliminares

1.1 Conceptos básicos

1.2. Interpretación geométrica de la ecuación diferencial de primer orden

1.3 Envolverte de una familia de curvas

1.4 Métodos aproximados de resolución

1.5 Ejercicios

## Tema 2. Métodos elementales de integración de ecuaciones diferenciales de primer orden

### Tema 2. Métodos elementales de integración de ecuaciones diferenciales de primer orden

#### 2.1. Introducción

#### 2.2 Ecuaciones de variables separables

#### 2.3 Ecuaciones homogéneas

#### 2.4 Ecuación lineal

#### 2.5 Ecuación de Bernoulli

#### 2.6 Ecuación de Ricatti

#### 2.7 Ecuaciones exactas.

#### 2.8 Ecuaciones reducibles a exactas mediante factor integrante

#### 2.8 Ecuaciones de primer orden resolubles por diferenciación. Ecuación de Lagrange

#### 2.9 Ecuación de Clairaut.

#### 2.10 Ejercicios

## Tema 3. Existencia, unicidad y prolongabilidad de soluciones

### 3.1 Introducción

### 3.2. El espacio de las funciones continuas. Equicontinuidad. Teorema de Ascoli-Arcela

### 3.3 Existencia de soluciones

### 3.4 Unicidad de soluciones

### 3.5 Prolongabilidad de soluciones

### 3.5 Dependencia continua de los parámetros y los datos iniciales

### 3.6 Ejercicios

## Tema 4. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales

### 4.1 Sistemas lineales homogéneos:

- estructura de las soluciones
- matriz fundamental y sus propiedades

### 4.2 Sistemas Lineales homogéneos con coeficientes constantes

### 4.3 Sistemas lineales no homogéneos:

- estructura de las soluciones
- método de variación de las constantes

### 4.4 Ecuación lineal de orden $n$ :

- representación en forma de sistema de  $n$  ecuaciones
- El Wronskiano

## 4.5 Teoría de Floquet:

- matriz de monodromía
- multiplicadores característicos o de Floquet
- Teorema de Floquet

## 4.6 Sistemas lineales periódicos no homogéneos:

## 4.7 Teorema de la alternativa de Fredholm

**Tema 5 Sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales**

## 5.1 Introducción

## 5.2 Sistemas dinámicos

## 5.3 Diagramas de fase de sistemas autónomos

## 5.4 Puntos de equilibrio. Clasificación. Estabilidad

## 5.5 Funciones de Liapunov

## 5.6 Sistemas conservativos

## 5.7 Sistemas gradiente

**Tema 6. Teorema de Poincaré-Bendixon. introducción a la bifurcación**

## 6.1 Teorema de Poincaré-Bendixon

## 6.2 introducción a la bifurcación

**Tema 7. Problema de Sturm Liouville****METODOLOGÍA**

En cada capítulo se debe llevar a cabo el estudio del siguiente modo:

- Estudio y comprensión del texto base
- Realización de los ejercicios propuestos
- Realización de actividades complementarias si se indican

Se propondrá una prueba optativa de evaluación continua. (Ver sección sobre evaluación).

**SISTEMA DE EVALUACIÓN****TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL**

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	
Ninguno	

## Criterios de evaluación

En todos los ejercicios, problemas, y demostraciones, será necesario entender bien lo que se hace. Se podrán poner preguntas para comprobar esa comprensión, que es muy importante.

% del examen sobre la nota final	90
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4

## Comentarios y observaciones

En el examen podrán aparecer tanto ejercicios, problemas, demostraciones y preguntas teóricas tanto de desarrollo como de tipo test. En todas las respuestas, será necesario entender bien lo que se hace. Podrán aparecer cuestiones cuyo objetivo sea comprobar esa comprensión, a la que se dará importancia.

**PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)**

¿Hay PEC? Si

## Descripción

Se propondrá, entre los días 15 de noviembre al 10 de diciembre (aproximadamente), en el curso virtual, una prueba de evaluación no presencial, que se calificará de 0 a 1. Esta prueba es optativa.

**La fecha y hora, y cualquier posible modificación posterior si la hubiera (sobre la fecha y hora), se anunciarán en el foro de la asignatura.**

## Criterios de evaluación

En todos los ejercicios, problemas, y demostraciones, será necesario entender bien lo que se hace. Se podrán poner preguntas para comprobar esa comprensión, que es muy importante.

**Las notas de las PEC solo se tendrán en cuentas en la convocatoria ordinaria de febrero.**

Ponderación de la PEC en la nota final	La prueba de evaluación continua se calificará de 0 a 1. Su nota, en el caso de que sea igual o superior a medio punto, se sumará a la nota de la prueba presencial, siempre que la nota de la prueba presencial sea de al menos un 4, y con la condición de que la nota final del curso no sobrepase el 10.
Fecha aproximada de entrega	Entre el 15 de noviembre y el 10 de diciembre

## Comentarios y observaciones

En todos los ejercicios, problemas, y demostraciones, será necesario entender bien lo que se hace. Se podrán poner preguntas para comprobar esa comprensión, que es muy importante.



**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 0

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

El prueba de evaluación continua se calificará de 0 a 1. Su nota se sumará a la nota de la prueba presencial, siempre que la nota de la prueba presencial sea de al menos un 4, y con la condición de que la nota final del curso no sobrepase el 10.

**Si no se realiza el ejercicio optativo, la nota final será la que se obtenga en la prueba presencial.**

**BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

ISBN(13):9788419382795

Título:INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES (2023)

Autor/es:José Ignacio Tello Del Castillo ;

Editorial:SANZ Y TORRES

El texto base son los dos tomos de Análisis Matemático III, de Manuel Valdivia Ureña, de la UNED. (Edición revisada y ampliada por Ángel Garrido, Beatriz Hernando y Gaspar Mora).

**BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

ISBN(13):9788436237085

Título:ANÁLISIS MATEMÁTICO III (5ª)

Autor/es:Valdivia Ureña, Manuel ;

Editorial:U.N.E.D.

**Bibliografía complementaria****Textos**

W.E. Boyce y R.C. DiPrima, Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Limusa, 2005. (Disponible edición digital en inglés).

L. Elsgoltz, Ecuaciones diferenciales y cálculo variacional. Mir, 1996. (Disponible edición digital en español).

M. de Guzmán, Ecuaciones diferenciales ordinarias. Teoría de estabilidad y control. Alhambra, 1975.

P. Puig Adam, Ecuaciones diferenciales. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital en español).

G. Simmons, Ecuaciones diferenciales. Con aplicaciones y notas históricas. Segunda Edición. McGraw-Hill, 1993. Nota: Una edición anterior tiene importantes deficiencias de traducción. (Disponible edición digital en español de la Segunda Edición).

D.G. Zill y M.R. Cullen, Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera. Sexta Ed. Thomson, 2006. Incluye CD-ROM. (Disponible edición digital en español).

### **Libros de problemas**

F. Ayres, Ecuaciones diferenciales. Serie de Compendios Schaum . McGraw-Hill, 1994.

R. Bronson, Ecuaciones diferenciales. Serie de Compendios Schaum, McGraw-Hill, diversas ediciones. Hay una edición de 2008.

M. de Guzmán, I. Peral, y M. Walias, Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Alhambra, 1978.

Los problemas recogidos en este libro son esencialmente los que se proponen en el texto de M. de Guzmán.

A. Kiseliiov, M. Krasnov, y G. Makarenko, Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Mir, 1984. (Disponible edición digital en español).

### **Manuales de Matemáticas**

I. Bronshtein y K. Semendiaev, Manual de Matemáticas. Mir, 1971. Se reimprime con frecuencia y suele encontrarse en las librerías españolas. Al contrario que otros manuales de fórmulas y tablas, contiene relevantes párrafos de texto explicativo. (Disponible edición digital en español, y otra bastante más extensa en inglés).

M.R. Spiegel, J. Liu y L. Abellanas, Fórmulas y tablas de Matemática aplicada. Segunda edición revisada, Schaum, McGraw-Hill Interamericana de España, Madrid, 2005. Se beneficia del importante refuerzo de L. Abellanas. (Disponible edición digital en español). Este libro está relacionado con el siguiente, que suele encontrarse en la mayoría de las bibliotecas.

M.R. Spiegel, Manual de fórmulas y tablas matemáticas, Schaum, McGraw-Hill. Diversas ediciones o reimpressiones a partir de 1970. (Disponible edición digital en español).

### **Aplicaciones y modelización**

E. Beltrami, Mathematics for Dynamic Modeling. 2ª Ed., Academic Press, 1987. (Stability, optimal control, cycles, bifurcation, catastrophe, chaos). Contiene partes del nivel del curso y también modelos de ecuaciones en derivadas parciales no enumerados en las líneas anteriores.

M. Braun, Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones, Grupo Editorial Iberoamérica, 1990. Original en inglés de 1983. (Disponible edición digital en español).

F.R. Giordano and M.D. Weir, A First Course in Mathematical Modeling. Brooks/Cole Publishing Company, 1985. Modelos interesantes con matemáticas elementales.

W. Simon, Mathematical Techniques for Biology and Medicine. Academic Press, New York, 1972. MIT Press, Cambridge, Mass., 1977. Dover, New York, 1986. Una extensa e intensa

muestra de modelos y aplicaciones que utiliza matemáticas accesibles en el tercer curso del Grado.

R. Haberman, *Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics and Traffic Flow*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.

P. Puig Adam, *Ecuaciones diferenciales*. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital en español). Contiene claras exposiciones de las vibraciones y oscilaciones mecánicas y eléctricas, resonancia y redes eléctricas.

D.G. Zill, *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. Octava Ed. Thomson, 2007. Incluye CD-ROM.

### **Bibliografía más avanzada**

#### **Clásicos sobre existencia local y global, unicidad, dependencia en los parámetros y en las condiciones iniciales:**

E.A. Coddington and L. Levinson, *Theory of ordinary differential equations*. McGraw-Hill, New York, 1955.

Ph. Hartman, *Ordinary Differential Equations*. Second Ed., Birkhäuser, 1982.

#### **Ecuaciones diferenciales en el campo complejo:**

E.L. Ince, *Ordinary Differential Equations*. Dover, 1956.

E. Hille, *Ordinary Differential Equations in the Complex Domain*. Dover, 1997. Original en John Wiley & Sons, 1976.

#### **Libros que tratan Teoría geométrica, Teoría cualitativa, Teoría de la estabilidad, Sistemas dinámicos:**

D.W. Jordan and P. Smith, *Nonlinear Ordinary Differential Equations, An Introduction to Dynamical Systems*. Third Edition, Oxford University Press, New York, 1999. Fourth Edition, 2007.

V.V. Nemytskii and V.V. Stepanov, *Qualitative Theory of Differential Equations*. Princeton University Press, 1960.

#### **Caos y fractales:**

E. Beltrami, *Mathematics for Dynamic Modeling*. 2º Ed., Academic Press, 1987.

Cristoforo S. Bertuglia and Franco Vaio, *Nonlinearity, Chaos and Complexity: The Dynamics of Natural and Social Sciences*, Oxford University Press, New York, 2005.

Robert L. Devaney and Linda Keen, *Chaos and Fractals: The Mathematics Behind the Computer Graphics*, American Mathematical Society, 1989.

James Gleick, *Chaos, Making a New Science*. Penguin Group, 1987. Libro de divulgación.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Curso virtual donde también se encuentran el foro y correos electrónicos de profesor y alumnos, y la atención a los alumnos en las guardias.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.